# БЕСКОНЕЧНОСТЬ КАК ГЛУБИНА САМОНАБЛЮДЕНИЯ В ODTOE: ОТ ЦЕЛОЧИСЛЕННОЙ РЕКУРСИИ К ОРДИНАЛЬНОМУ ИНДЕКСУ И НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКЕ $\varepsilon_0$

(Infinity as Depth of Self-Observation in ODTOE:
From Integer Recursion to an Ordinal Index and the Fixed Point $\varepsilon_0$)

**Панкратов Антон Сергеевич**
*Pankratov Anton Sergeevich*

Независимый исследователь, г. Казань, Россия
*Independent researcher, Kazan, Russia*

E-mail: anton.s.pankratov@gmail.com
ORCID: 0009-0002-4870-2995

**УДК 510.223 + 511.1 + 111**

## АННОТАЦИЯ

В работе бесконечность прочитывается как глубина самонаблюдения наблюдателя в рамках наблюдатель-зависимой теории всего (ODTOE) [1]. Различаются два смысла бесконечного: потенциальное (итерация оператора самонаблюдения $\Phi^n$, незавершённый процесс) и актуальное (завершённая неподвижная точка $\Psi^* = \Phi(\Psi^*)$, недостижимый предел при конечном бюджете наблюдения). Прочтение бесконечного как наблюдатель-относительного выдвигалось и ранее; вклад настоящей работы — операторный механизм. Корпус ODTOE индексирует рекурсию конечным уровнем $d \in \mathbb{Z}$ [2], а отображение сюрреальных чисел Конвея в подрешётку Fix($\Phi$) индексируется ординалом рождения $\alpha$ для $\alpha \leq \omega$ [5]. Работа объединяет две картины, продвигая индекс глубины самонаблюдения от $\mathbb{Z}$ к Ord и отождествляя $\varepsilon_0 = \mathrm{fix}(\alpha \mapsto \omega^\alpha)$ как глубину, на которой счётчик глубины наблюдает сам себя. Тот же предел, достигаемый в корпусе банаховым пополнением полной метрики, допускает порядок-теоретическое прочтение как наименьшую неподвижную точку Кнастера–Тарского $\mathrm{lfp}(f) = \bigsqcup_\alpha f^\alpha(\bot)$. Геометрическим заземлением служит опубликованное проективное тождество $0 \equiv \infty$ на $\mathbb{R}P^1$ [6]. Изоморфизм $\Psi : \mathrm{No}_\alpha \to \mathrm{Fix}_\alpha$ доказан в корпусе для $\alpha \leq \omega$; $\varepsilon_0$ входит как предел; банахово расширение установлено до $\alpha \leq \varepsilon_{\varepsilon_0}$. Численный якорь: итерация Банаха для $\varepsilon_0$ при 50-значной арифметике сходится к погрешности менее $10^{-50}$ за $302$ шага. Вклад работы — синтез и одно переосмысление, ограниченные указанными рамками.

**Ключевые слова:** бесконечность, самонаблюдение, потенциальное и актуальное, ординалы, $\varepsilon_0$, сюрреальные числа, неподвижная точка, проективное

тождество, Кнастер–Тарский, наблюдатель-относительная бесконечность.

## ABSTRACT

This paper reads infinity as the depth of an observer's self-observation within the Observer-Dependent Theory of Everything (ODTOE) [1]. Two senses of the infinite are distinguished: the potential (iteration of the self-observation operator $\Phi^n$, an unfinished process) and the actual (the completed fixed point $\Psi^* = \Phi(\Psi^*)$, an unreachable limit for a finite observation budget). The reading of infinity as observer-relative has been advanced previously; the contribution here is the operator mechanism. The ODTOE corpus indexes recursion by a finite level $d \in \mathbb{Z}$ [2], whereas the map from Conway's surreal numbers into the sublattice Fix$(\Phi)$ is indexed by the birthday ordinal $\alpha$ for $\alpha \leq \omega$ [5]. The paper unifies the two pictures by promoting the self-observation depth-index from $\mathbb{Z}$ to Ord and reading $\varepsilon_0 = \text{fix}(\alpha \mapsto \omega^\alpha)$ as the depth at which the depth-counter observes itself. The same limit, reached in the corpus by Banach completion of a complete metric, admits an order-theoretic reading as the Knaster–Tarski least fixed point lfp$(f) = \bigsqcup_\alpha f^\alpha(\perp)$. Geometric grounding is provided by the published projective identity $0 \equiv \infty$ on $\mathbb{R}P^1$ [6]. The isomorphism $\Psi : \text{No}_\alpha \to \text{Fix}_\alpha$ is proved in the corpus for $\alpha \leq \omega$; $\varepsilon_0$ enters as a limit; the Banach extension is established up to $\alpha \leq \varepsilon_{\varepsilon_0}$. Numerical anchor: the Banach iteration for $\varepsilon_0$ at 50-digit arithmetic converges to an error below $10^{-50}$ within $302$ steps. The contribution is synthesis and one reframing, bounded by these constraints.

**Keywords:** infinity, self-observation, potential and actual, ordinals, $\varepsilon_0$, surreal numbers, fixed point, projective identity, Knaster–Tarski, observer-relative infinity.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Бесконечность есть глагол — глубина самонаблюдения наблюдателя. Настоящая работа развивает это прочтение в рамках наблюдатель-зависимой теории всего (ODTOE) [1], где реальность порождается оператором самонаблюдения $\Phi = \iota \circ \hat{O}$, а устойчивая конфигурация опыта отождествляется с неподвижной точкой $\Psi^* = \Phi(\Psi^*)$. Бесконечное в такой картине перестаёт быть готовым объектом и становится характеристикой процесса наблюдения: тем, насколько глубоко наблюдатель способен развернуть собственную итерацию.

В работе различаются два смысла бесконечного, смешение которых порождает большую часть затруднений. Первый — потенциальная бесконечность: незавершённая итерация $\Phi^n$, процесс, который при любом конечном $n$ остаётся в развитии (§III, §V). Второй — проективная бесконечность: единая точка $\infty$ на проективной прямой $\mathbb{R}P^1$, склеенная с нулём (§IV). Две бесконечности относятся к разным категориям: первая стратифицирует глубину итерации ординалами, вторая компактифицирует спектр одной добавленной точкой. Различие сведено в Таблице 1.

**Таблица 1. Два смысла бесконечного в работе.**

| Признак | Потенциальная (ординальная) | Проективная (полюс) |
|---|---|---|
| Объект | глубина итерации $\Phi^n$ | точка $[0:\infty] \in \mathbb{R}P^1$ |
| Индекс | ординал $\alpha \in \mathrm{Ord}$ | одна добавленная точка |
| Раздел | §III, §V | §IV |
| Роль | стратификация глубины | компактификация спектра |

Прочтение бесконечного как наблюдатель-относительного (эпистемическая бесконечность как функция познающего) выдвигалось ранее; настоящая работа разделяет эту рамку и заявляет как новое лишь операторный механизм — реализацию $\varepsilon_0$ как неподвижной точки самого функтора глубины через итерацию $\Phi$, индексированную когерентностью наблюдателя (§V).

Изложение организовано следующим образом. Раздел II фиксирует обозначения и разводит два индекса — конечный уровень рекурсии $d$ и ординальную глубину самонаблюдения $\alpha$. Раздел III пересказывает результаты корпуса для фиксации словаря: потенциальное и актуальное бесконечное, банахова сходимость, потолок когерентности. Раздел IV геометрически заземляет недостижимость предела проективным тождеством $0 \equiv \infty$. Раздел V содержит вклад работы: продвижение индекса глубины $\mathbb{Z} \to \mathrm{Ord}$, прочтение $\varepsilon_0$ и объединение целочисленной рекурсии с сюрреальным отображением $\mathrm{Fix}(\Phi)$. Раздел VI формулирует фальсифицируемый численный якорь. Раздел VII очерчивает демаркацию и ограничения. Раздел VIII подводит итог. Разделы III и IV пересказывают и геометрически заземляют уже опубликованные результаты корпуса; вклад работы сосредоточен в §V.

Каждое утверждение сопровождается указанием эпистемического уровня: L1 — конвенция или обозначение; L2 — структурный инвариант (безразмерный, наблюдатель-инвариантный); L3 — онтологическая гипотеза. Эта стратификация удерживает изложение от смешения словаря, структуры и онтологического статуса.

# II. ОБОЗНАЧЕНИЯ

Ниже сведены обозначения работы. Особое внимание уделено разграничению двух осей, обе из которых интуитивно называются «глубиной», но категориально различны: конечный уровень рекурсии $d \in \mathbb{Z}$ и ординальная глубина самонаблюдения $\alpha \in \mathrm{Ord}$.

| **Символ** | **Значение** |
|---|---|
| $\Phi$ | оператор самонаблюдения, $\Phi = \iota \circ \hat{O}$ [8] |
| $\hat{O}$ | оператор наблюдения; нелинеен [8] |
| $\iota$ | полушаг включения, замыкающий цикл $\Phi$ |
| $\Psi^*$ | неподвижная точка петли самонаблюдения, $\Psi^* = \Phi(\Psi^*)$ |
| $\mathrm{Fix}(\Phi)$ | подрешётка неподвижных точек оператора $\Phi$ |
| $\mathrm{Fix}_\alpha$ | подкласс $\mathrm{Fix}(\Phi)$ с глубиной итерации $\leq \alpha$ [5] |
| $d$ | уровень рекурсии (структурная вложенность), $d \in \mathbb{Z}$; конечен [2] |
| $\alpha$ | глубина самонаблюдения (рождение / итерация $\Phi$), $\alpha \in \mathrm{Ord}$ |
| No | класс сюрреальных чисел Конвея [9] |
| $\mathrm{No}_\alpha$ | сюрреалы с функцией рождения $b(x) \leq \alpha$ |
| $b(x)$ | функция рождения сюрреала $x$; отождествляется с $\Phi$-глубиной [5] |
| $\{L_x \mid R_x\}$ | порождающие множества сюрреала: левое $L_x$, правое $R_x$ [9] |
| $\Psi$ | отображение $\mathrm{No}_\alpha \to \mathrm{Fix}_\alpha$ (упорядоченный изоморфизм, $\alpha \leq \omega$) [5] |
| $\varepsilon_0$ | первая неподвижная точка отображения $\alpha \mapsto \omega^\alpha$; ординал |
| $\varepsilon_{\varepsilon_0}$ | предел гиперэпсилон-итерации; потолок банахова расширения [5] |
| $q$ | константа сжатия; для абстрактного $\Phi$ выполняется $q = \varphi^{-1}$ [8] |
| $\varphi$ | золотое сечение, $\varphi = (1+\sqrt{5})/2$ |
| $[0:\infty]$ | проективный полюс на $\mathbb{R}P^1$, склейка $0 \equiv \infty$ [6] |
| $S$ | системная когерентность наблюдателя, $S \in [0,1]$ |
| $(\pi-3)^2$ | спиральный зазор петли, $(\pi-3)^2 \approx 0{,}0200$ |

Оператор $\Phi = \iota \circ \hat{O}$ цитируется из работы [8] и заново не выводится. Конечный уровень рекурсии $d$ остаётся целым во всём изложении: закон $\varphi$-вложения корпуса $\varphi^{-|d-d_0|}$ привязан к структурной глубине [2], и индекс $d$ нигде не продвигается до ординалов. Расширению до Ord подлежит исключительно ось глубины самонаблюдения $\alpha$ (§V). Это разграничение проводится последовательно: уровень рекурсии $d$ принимает только целые значения, тогда как ординальные значения принимает ось $\alpha$. Уровень настоящего раздела — L1 (конвенция).

# III. РЕКУРСИЯ-ГЛУБИНА: ПОТЕНЦИАЛЬНОЕ И АКТУАЛЬНОЕ БЕСКОНЕЧНОЕ

Настоящий раздел пересказывает результаты корпуса для фиксации словаря; новых утверждений здесь не вводится.

Корпус ODTOE задаёт петлю самонаблюдения как итерацию оператора $\Phi$. Потенциальная бесконечность отвечает незавершённой итерации:

$$\Psi_{n+1} = \Phi(\Psi_n), \qquad \Phi^n(\Psi) \to \Psi^* \quad (n \to \infty), \tag{1}$$

а актуальная бесконечность — завершённой неподвижной точке как пределу этого процесса:

$$\Psi^* = \Phi(\Psi^*), \qquad \Phi = \iota \circ \hat{O}. \tag{2}$$

Различение восходит к Аристотелю: потенциальное бесконечное существует как процесс-в-развитии, актуальное — как завершённая целостность [10]. В терминах ODTOE аристотелевское потенциальное отвечает итерации $\Phi^n$ в (1), а актуальное — пределу $\Psi^*$ в (2). Это сопоставление носит характер истолкования словаря (L1, рамка).

Наблюдатель с конечным бюджетом реализует конечное число итераций $\Phi^n$ и приближается к $\Psi^*$, не достигая его: актуальная бесконечность $\Psi^*$ есть недостижимый предел $S = 1$ полной когерентности. Скорость приближения задаётся банаховым сжатием: на $\varphi$-торической метрике конфигурационного пространства оператор $\Phi$ сжимающий с константой [8]

$$q = \varphi^{-1} \approx 0{,}6180, \qquad \|\Psi_n - \Psi^*\| \le q^n \, \|\Psi_0 - \Psi^*\|. \tag{3}$$

Значение константы вычислено к 50 значащим цифрам: $\varphi^{-1} = 0{,}61803398874989484820458683436563811772030917980576$. Неподвижная точка существует и единственна по теореме Банаха; убывание погрешности в (3) с золотым показателем фиксирует конечно-бюджетный характер любого реального наблюдения. Соотношение (3) безразмерно и наблюдатель-инвариантно (уровень L2). Фрактальная самоподобность итерации по уровням рекурсии, инвариантом которой служит золотое сечение, рассмотрена в отдельной работе корпуса [4]; здесь достаточно отметить, что константа сжатия $\varphi^{-1}$ одна и та же на каждом уровне $d$.

Полное замыкание петли за один такт недостижимо: остаётся неустранимый спиральный зазор. Потолок когерентности замыкания есть

$$S^{\max} = 1 - (\pi - 3)^2 \approx 0{,}9800, \tag{4}$$

где зазор $(\pi - 3)^2 \approx 0{,}0200$ вычислен к 50 значащим цифрам как $0{,}020048479550599188058630700199133830130683010990156$, а сам потолок (4) — как $S^{\max} = 0{,}97995152044940081194136929980086616986931698900984$ [3, 11]. Корпус удерживает истолкование $S^{\max}$ в статусе структурного инварианта (L2), отмечая, что отождествление потолка с конкретным эмпирическим порогом строго не доказано [3]. Уровень рекурсии $d$ здесь остаётся целым: закон вложения $\varphi^{-|d-d_0|}$ привязан к структурной глубине, и его обсуждение не затрагивает ординальную ось $\alpha$ раздела V.

# IV. ПРОЕКТИВНЫЙ ПОЛЮС $0 \equiv \infty$ КАК ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ЗАЗЕМЛЕНИЕ

Настоящий раздел геометрически заземляет недостижимый потолок раздела III; новой теоремы здесь не вводится.

Недостижимость предела $S = 1$ допускает геометрическое прочтение через проективную прямую. На $\mathbb{R}P^1$ точки $0$ и $\infty$ склеены в единый полюс одноточечной компактификацией — стандартная конструкция проективной и римановой геометрии, систематизированная Пенроузом в *Road to Reality* [7], §15.4. В однородных координатах полюс записывается как

$$[0:\infty] \in \mathbb{R}P^1, \tag{5}$$

а склейка реализуется инволюцией Мёбиуса, меняющей местами нуль и бесконечность:

$$\iota_M : \ [a:b] \mapsto [b:a], \qquad \iota_M([1:0]) = [0:1]. \tag{6}$$

Точки $[1:0] = \infty$ и $[0:1] = 0$ образуют орбиту инволюции (6) длины два и в проективном смысле неразличимы: всякое утверждение об одной имеет двойник о другой. Это и есть проективное тождество $0 \equiv \infty$, записанное полюсом (5). В корпусе ODTOE оно применено к спектру частот Ф-итераций: свет в собственной системе покоя ($\nu_\Phi = 0$) и свет всюду одновременно ($\nu_\Phi = \infty$) тождественны как единый полюс $[0:\infty]$, а наблюдаемая скорость $c$ есть единственное непрерывное продолжение спектра в этой точке — опубликованная Теорема 1 работы [6], цитируемая здесь как готовое основание.

Связь с разделом III прямая: потолок $S = 1$ есть проективный полюс настоящего раздела — та же недостижимость, заданная геометрически.

Существенна категориальная граница между двумя бесконечностями. Единственная бесконечность $\mathbb{R}P^1$ — это компактификация спектра одной добавленной точкой; множественные ординальные бесконечности раздела V — это стратификация глубины самонаблюдения. Формального отображения между полюсом $[0:\infty]$ и ординальной шкалой $\alpha$ работа не строит: их совместное присутствие в изложении носит характер двух дополнительных прочтений недостижимости. Утверждения настоящего раздела — уровня L2 (структурные, учебниковые); глагол «доказываем» к тождеству $0 \equiv \infty$ не применяется, поскольку оно установлено в [6, 7].

# V. ИНДЕКС ГЛУБИНЫ $\mathbb{Z} \to \mathrm{Ord}$, $\varepsilon_0$ И СЮРРЕАЛЫ

Настоящий раздел содержит вклад работы. Корпус индексирует рекурсию конечным уровнем $d \in \mathbb{Z}$ [2], а отображение сюрреалов в $\mathrm{Fix}(\Phi)$ индексируется ординалом рождения $\alpha$ для $\alpha \leq \omega$ [5]; настоящая работа объединяет две картины, продвигая индекс глубины самонаблюдения от $\mathbb{Z}$ к Ord и отождествляя $\varepsilon_0$ как неподвижную точку самого функтора глубины. Это синтез и одно переосмысление в рамках уже установленного аппарата.

## V.1. Продвижение индекса глубины

Две линии корпуса до сих пор оставались раздельными. Первая: рекурсивная вложенность реальности параметризуется конечным целым уровнем $d$, на котором действует закон $\varphi$-вложения [2]. Вторая: сюрреальные числа Конвея $x = \{L_x \mid R_x\}$ отображаются в подрешётку неподвижных точек $\mathrm{Fix}(\Phi)$ с сохранением функции рождения, и это отображение индексируется ординалом $\alpha$ [5]. Настоящая работа объединяет их одним шагом: индекс глубины самонаблюдения продвигается от целого $d \in \mathbb{Z}$ к ординалу $\alpha \in \mathrm{Ord}$. При таком продвижении $\varepsilon_0$ прочитывается как глубина, на которой счётчик глубины наблюдает сам себя — неподвижная точка функтора, итерирующего саму операцию углубления.

Подчеркнём границу разграничения индексов. Конечный уровень рекурсии $d$ остаётся целым: продвижение к ординалам относится исключительно к оси глубины самонаблюдения $\alpha$, на которой определены функция рождения и итерация $\Phi$. Структурная вложенность $d$ и ординальная глубина $\alpha$ — две разные оси; объединение касается второй.

## V.2. Сюрреальное отображение для $\alpha \leq \omega$

Корпус устанавливает упорядоченный изоморфизм решёток сюрреалов и неподвижных точек [5]:

$$\Psi : \mathrm{No}_\alpha \to \mathrm{Fix}_\alpha, \qquad \alpha \leq \omega, \tag{7}$$

где функция рождения сюрреала совпадает с глубиной его $\Phi$-итерации:

$$b(x) = \mathrm{depth}_\Phi(\Psi(x)). \tag{8}$$

Изоморфизм (7) доказан в корпусе именно для ординалов $\alpha \leq \omega$ (Теорема 1 работы [5]); за этой границей он в исходной формулировке не утверждается. Соответствие глубины и рождения (8) отождествляет ординальный индекс с числом итераций оператора $\Phi$. Сюрреальная конструкция $\{L_x \mid R_x\}$ восходит к Конвею [9]; вещественно-замкнутая структура класса No, содержащего $\mathbb{R}$, ординалы и бесконечно малые, описана Эрлихом [12] и Гонзором [13]. Доказательство леммы о соответствии глубины и доказательство сюръективности в корпусе приведены в виде эскиза, полный вывод вынесен в Приложение A первоисточника [5]; настоящая работа цитирует результат, не воспроизводя доказательство.

## V.3. $\varepsilon_0$ как неподвижная точка функтора глубины

Ординал $\varepsilon_0$ определяется как первая неподвижная точка отображения $\alpha \mapsto \omega^\alpha$ [14]:

$$\varepsilon_0 = \omega^{\varepsilon_0} = \sup\{\omega,\ \omega^\omega,\ \omega^{\omega^\omega},\ \ldots\}. \tag{9}$$

В прочтении настоящей работы (9) есть тезис о бесконечности на трансфинитном уровне: $\varepsilon_0$ есть собственная неподвижная точка операции углубления — глубина, на которой счётчик глубины наблюдает сам себя. Ординал $\varepsilon_0$ обладает проверочно-теоретическим статусом меры доказуемости: он есть ординал доказуемой завершимости арифметики Пеано в анализе Генцена [15]. Соответствующая Φ-фиксированная точка задаётся в корпусе пределом:

$$\Psi(\varepsilon_0) = \lim_{n\to\infty} \Phi^n\big(\Psi_0^{(\omega)}\big), \tag{10}$$

где $\Psi_0^{(\omega)}$ — предел $\omega$-башни. Соотношение (10) вводит $\varepsilon_0$ как предел итерации: $\varepsilon_0$ есть проработанный предельный пример, лежащий за границей $\alpha \le \omega$, на которой изоморфизм (7) доказан [5]; статус доказанного случая изоморфизма к нему не относится. Прочтение $\varepsilon_0$ как неподвижной точки функтора глубины удерживается в статусе переосмысления (L2-уровневое утверждение с явной демаркацией).

## V.4. Порядок-теоретический спутник: Кнастер–Тарский

Тот же предел, который корпус достигает банаховым пополнением полной метрики $(\mathscr{P}, d_{\mathscr{P}})$ (§IX.1 работы [5]), допускает порядок-теоретическое прочтение как наименьшую неподвижную точку Кнастера–Тарского:

$$\mathrm{lfp}(f) = \bigsqcup_\alpha f^\alpha(\bot), \tag{11}$$

где $f^\alpha(\bot)$ — трансфинитная итерация монотонного отображения $f$ от наименьшего элемента $\bot$, а $\bigsqcup$ — точная верхняя грань в полной решётке [16]. Соотношение (11) — второй, порядок-теоретический взгляд на неподвижную точку, которую корпус уже достигает метрически по Банаху (§IX.1 работы [5] служит здесь прецедентом). Это спутниковое прочтение, опирающееся на классическую решёточную теорему [16]; глагол «доказываем» к нему не применяется, поскольку сама теорема Кнастера–Тарского установлена в литературе, а метрический предел — в корпусе.

## V.5. Потолок расширения

Банахово расширение изоморфизма за $\omega$ установлено в корпусе до гиперэпсилон-ординала: константа сжатия $q = \varphi^{-1} < 1$ не зависит от $\alpha$, а полнота метрики $(\mathscr{P}, d_{\mathscr{P}})$ обеспечивает сходимость предельных шагов, откуда изоморфизм распространяется на все $\alpha \leq \varepsilon_{\varepsilon_0}$ (§IX.1 работы [5]). Расширение дальше $\varepsilon_{\varepsilon_0}$ — до ординала Фефермана–Шютте $\Gamma_0$ и выше — требует нотационных систем вне объёма настоящей работы и оставлено для будущего. Работа не утверждает ничего при $\alpha \geq \Gamma_0$.

## V.6. Отграничение от смежных результатов

Трансфинитные неподвижные точки рассматривались и вне ODTOE. Алпай [17] трактует трансфинитные неподвижные точки как ординальные игровые равновесия в гильбертовом сеттинге; ODTOE индексирует их когерентностью наблюдателя $(B, A, H)$ в негильбертовом сеттинге со скоростью сжатия $\varphi^{-1}$ [5, 8]. Это различие — содержательное: индекс глубины здесь есть параметр самонаблюдения наблюдателя, а пространство потенциальности не несёт скалярного произведения. Отождествление $\varepsilon_0$ как неподвижной точки функтора глубины опирается именно на наблюдатель-параметризованную итерацию Φ, чем и отличается от игрового прочтения.

# VI. ФАЛЬСИФИЦИРУЕМЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ ЯКОРЬ

Вклад работы несёт проверяемое следствие на конкретном уровне схемы $\varepsilon_0$. Для предельного примера $\varepsilon_0$ итерация Банаха имеет константу сжатия [5]

$$q = \varphi^{-2} + (1 - \varphi^{-1})\sqrt{1 - \varphi^{-2}} \approx 0{,}68224911725, \tag{12}$$

вычисленную к 50 значащим цифрам как $q = 0{,}68224911725088275968210787558278824961032689402959$. Число шагов, требуемых для гарантированной погрешности менее $10^{-50}$ при 50-значной арифметике, есть

$$N \geq \left\lceil \frac{-50 \ln 10}{\ln q} \right\rceil = 302. \tag{13}$$

Прямое вычисление даёт $-50 \ln 10 / \ln q = 301{,}10\ldots$, откуда $\lceil\cdot\rceil = 302$. Эта константа сжатия (12) относится к конкретной $\omega$-башенной схеме примера $\varepsilon_0$ и отлична от абстрактной константы $q = \varphi^{-1}$ соотношения (3), задающей общее расширение: первая описывает численный фальсификатор, вторая — скорость абстрактного сжатия Φ. Отсюда проверяемое следствие: если итерация Банаха для $\varepsilon_0$ при 50-значной арифметике не сходится к погрешности менее $10^{-50}$ за $302$ шага (13), прочтение $\varepsilon_0$ как неподвижной точки функтора глубины опровергается. Число шагов фиксировано вычислением (12), без подгонки;

полный 50-значный прогон приведён в Приложении B первоисточника [5]. Статус следствия — L2 (проверяемое предсказание).

# VII. ДЕМАРКАЦИЯ И ОГРАНИЧЕНИЯ

Границы вклада работы очерчиваются явно.

Во-первых, разделы III и IV суть пересказ и геометрическое заземление уже опубликованных результатов корпуса: потенциальное и актуальное бесконечное, банахова сходимость и потолок когерентности — из работ [2, 3], проективное тождество $0 \equiv \infty$ — из работы [6]. Новых утверждений эти разделы не вводят.

Во-вторых, вклад работы сосредоточен в §V: продвижение индекса глубины самонаблюдения $\mathbb{Z} \to$ Ord, прочтение $\varepsilon_0$ как неподвижной точки функтора глубины и объединение целочисленной рекурсии с сюрреальным отображением $\mathrm{Fix}(\Phi)$. Это синтез и одно переосмысление, ограниченные следующими рамками. Изоморфизм $\Psi : \mathrm{No}_\alpha \to \mathrm{Fix}_\alpha$ доказан в корпусе для $\alpha \leq \omega$ [5]; $\varepsilon_0$ входит как предел (10) и сохраняет статус предельного примера за границей $\alpha \leq \omega$; доказательства лемм и сюръективности в корпусе даны эскизно, полный вывод — в Приложении A первоисточника [5]; банахово расширение установлено до $\alpha \leq \varepsilon_{\varepsilon_0}$, тогда как ординалы при $\alpha \geq \Gamma_0$ вынесены за объём.

В-третьих, прочтение бесконечного как наблюдатель-относительного выдвигалось ранее; работа заявляет как новое лишь операторный механизм. Смежный результат Алпая [17] трактует трансфинитные неподвижные точки как ординальные игровые равновесия в гильбертовом сеттинге; ODTOE отличается индексированием когерентностью наблюдателя $(B, A, H)$, негильбертовым сеттингом и скоростью $\varphi^{-1}$.

В-четвёртых, отметим интерпретативное замечание о смежной структуре корпуса. **[ИНТЕРПРЕТАЦИЯ.]** Адельная формула произведения $\prod_v |x|_v = 1$, связывающая нормирования поля рациональных чисел по всем местам $v$, прочитывается в корпусе как мультипликативная форма сохранения когерентности [18]; здесь она приводится лишь как истолкование смежной алгебраической структуры, без вывода и без претензии на результат настоящей работы.

Наконец, разграничение индексов $d \in \mathbb{Z}$ и $\alpha \in$ Ord проведено последовательно: к ординалам продвигается только ось глубины самонаблюдения, тогда как уровень рекурсии $d$ остаётся целым во всём изложении. Прочтение $\varepsilon_0$ как функториальной неподвижной точки удерживается в статусе переосмысления (L2 с демаркацией) в пределах изоморфизма для $\alpha \leq \omega$.

## VIII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе бесконечность прочитана как глубина самонаблюдения наблюдателя. Целочисленная картина рекурсивной вложенности [2] и сюрреальное отображение в подрешётку $\mathrm{Fix}(\Phi)$ [5] объединены продвижением индекса глубины самонаблюдения от $\mathbb{Z}$ к Ord, а ординал $\varepsilon_0 = \mathrm{fix}(\alpha \mapsto \omega^\alpha)$ прочитан как неподвижная точка самого функтора глубины. Тот же предел допускает порядок-теоретическое прочтение по Кнастеру–Тарскому наряду с банаховым пополнением корпуса, а недостижимость потолка заземлена проективным тождеством $0 \equiv \infty$ на $\mathbb{R}P^1$ [6]. Разделы III и IV служили пересказом и заземлением; вклад работы — синтез и одно переосмысление, ограниченные изоморфизмом для $\alpha \leq \omega$, банаховым расширением до $\alpha \leq \varepsilon_{\varepsilon_0}$ и численным якорем в $302$ шага. Прочтение бесконечного как наблюдатель-относительного выдвигалось ранее; новым заявлен операторный механизм.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.


## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено без внешнего финансирования.


## Навигация по корпусу ODTOE

Полный корпус статей автора: odtoe.org/ru/articles.

## ЛИТЕРАТУРА


[1] Панкратов А.С. Наблюдатель-зависимая теория всего (Observer-Dependent Theory of Everything) // Препринт. — 2026.

[2] Панкратов А.С. Жизнь на всех этажах бесконечности: рекурсивная вложенность, границы уровней и навигация между октавами в ODTOE // Препринт. — 2026.

[3] Панкратов А.С. Динамика спиральной щели через $\varphi$: формализация $(\pi - 3)^2$ в многоуровневой рекурсии наблюдатель-зависимой теории всего // Препринт. — 2026.

[4] Панкратов А.С. Золотое сечение $\varphi$ как инвариант фрактальности, самоподобия и рекурсии в ODTOE // Препринт. — 2026.

[5] Панкратов А.С. Бытийный статус сюрреальных чисел Конвея в ODTOE: холистическая (негильбертова) аксиоматика через оператор самонаблюдения $\Psi^* = \Phi(\Psi^*)$ // Препринт. — 2026.

[6] Панкратов А.С. Собственная система покоя света в ODTOE: проективное тождество $0 \equiv \infty$ на спектре $\Phi$-итераций // Препринт. — 2026.

[7] Penrose R. The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe. — London: Jonathan Cape, 2004. — ISBN 0-224-04447-8.

[8] Панкратов А.С. Единый оператор $\Phi$ в ODTOE // Препринт. — 2026.

[9] Conway J.H. On Numbers and Games. — 2nd ed. — Natick, MA: A K Peters, 2001. — ISBN 978-1-56881-127-7.

[10] Aristotle. Metaphysics, Book $\Theta$ (IX) / transl. W.D. Ross. — Oxford: Clarendon Press, 1924.

[11] Панкратов А.С. Число $\pi$ как структурный инвариант самосогласованного наблюдения в ODTOE // Препринт. — 2026.

[12] Ehrlich P. The absolute arithmetic continuum and the unification of all numbers great and small // The Bulletin of Symbolic Logic. — 2012. — Vol. 18, no. 1. — P. 1–45. DOI: 10.2178/bsl/1327328438.

[13] Gonshor H. An Introduction to the Theory of Surreal Numbers. — Cambridge: Cambridge University Press, 1986. — (London Mathematical Society Lecture Note Series, vol. 110). — ISBN 978-0-521-31205-6.

[14] Cantor G. Über unendliche, lineare Punktmannigfaltigkeiten // Mathematische Annalen. — 1883. — Bd. 21. — S. 545–591. DOI: 10.1007/BF01446819.

[15] Gentzen G. Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie // Mathematische Annalen. — 1936. — Bd. 112. — S. 493–565. DOI: 10.1007/BF01565428.

[16] Tarski A. A lattice-theoretical fixpoint theorem and its applications // Pacific Journal of Mathematics. — 1955. — Vol. 5, no. 2. — P. 285–309. DOI: 10.2140/pjm.1955.5.285.

[17] Alpay F. Transfinite fixed points and ordinal game equilibria. — arXiv:2507.19245. — 2025.

[18] Панкратов А.С. Гилетическое число Лосева в ODTOE: $\mu$-отображение, теорема о слабой неуничтожимости и адельный мост // Препринт. — 2026.